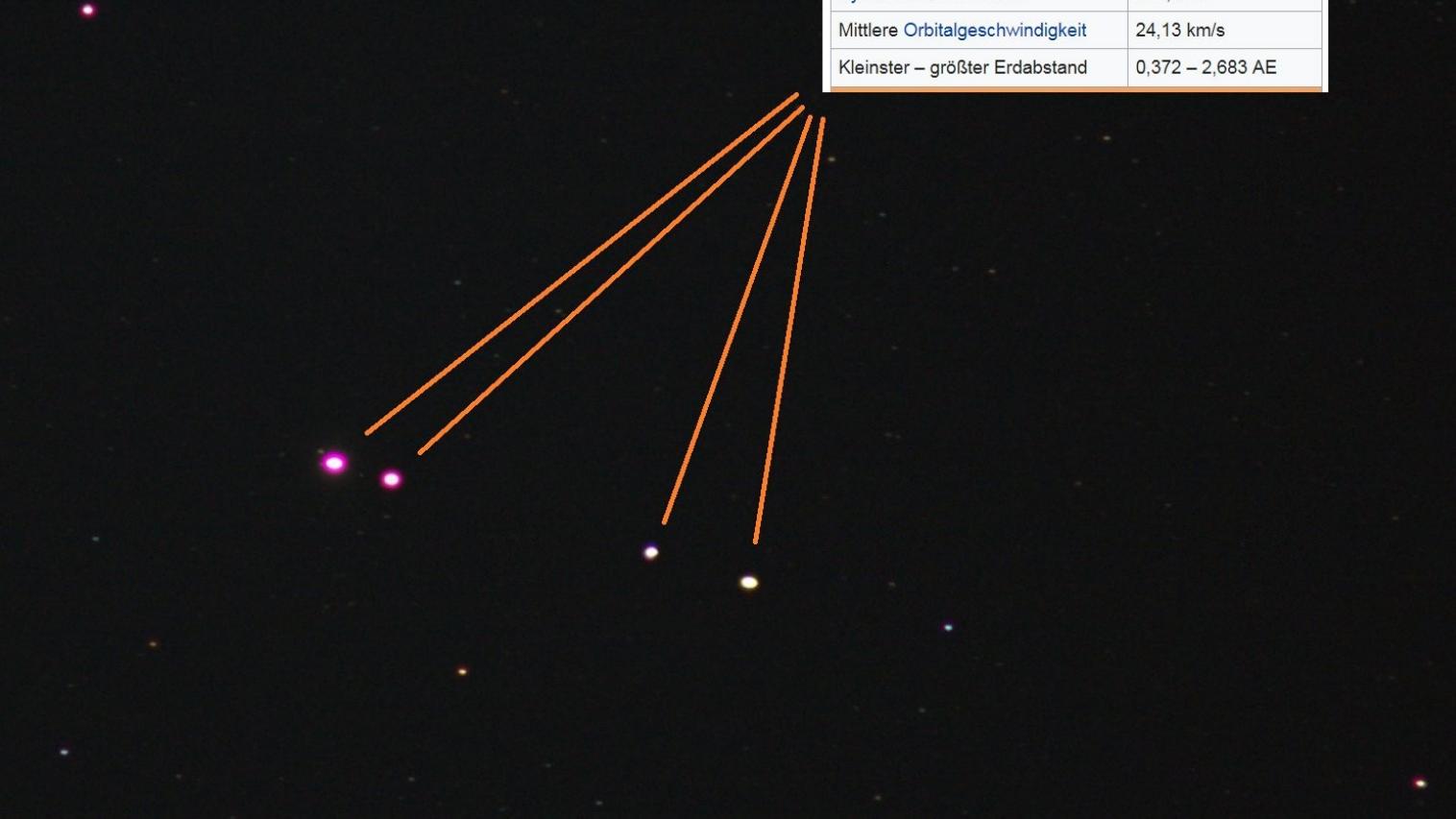


Eigenschaften des Orbits ^[1]	
Große Halbachse	1,524 AE (227,99 Mio. km)
Perihel – Aphel	1,381 – 1,666 AE
Exzentrizität	0,0935
Neigung der Bahnebene	1,850°
Siderische Umlaufzeit	686,980 d
Synodische Umlaufzeit	779,94 d
Mittlere Orbitalgeschwindigkeit	24,13 km/s
Kleinster – größter Erdabstand	0,372 – 2,683 AE



Messen, Modellieren, Verstehen

Damit ich nicht alles nur glauben muss

Inhalt

1. Beobachtung und Vorhersagbarkeitswunsch
2. Beobachtung ==> Messung
3. Modellieren in Varianten
4. Die Physik beschreiben und berechnen
5. Ist das nun richtig? Wie überprüfen?

Am Anfang: Beobachtung

- **Paprikastern** am Himmel
- Bewegt sich, zieht Schleifen zwischen den Sternen
- Wunder- und sonderbare Bewegung provoziert das Nachdenken...

Exkurs: wie erkenne ich Planeten?

- Oftmals **Heller** als die Sterne der Umgebung
- Ggf. im Fernrohr als **Scheibchen** mit Struktur und ggf. Monden erkennbar
- IMMER an der **Bewegung** relativ zu den Sternen



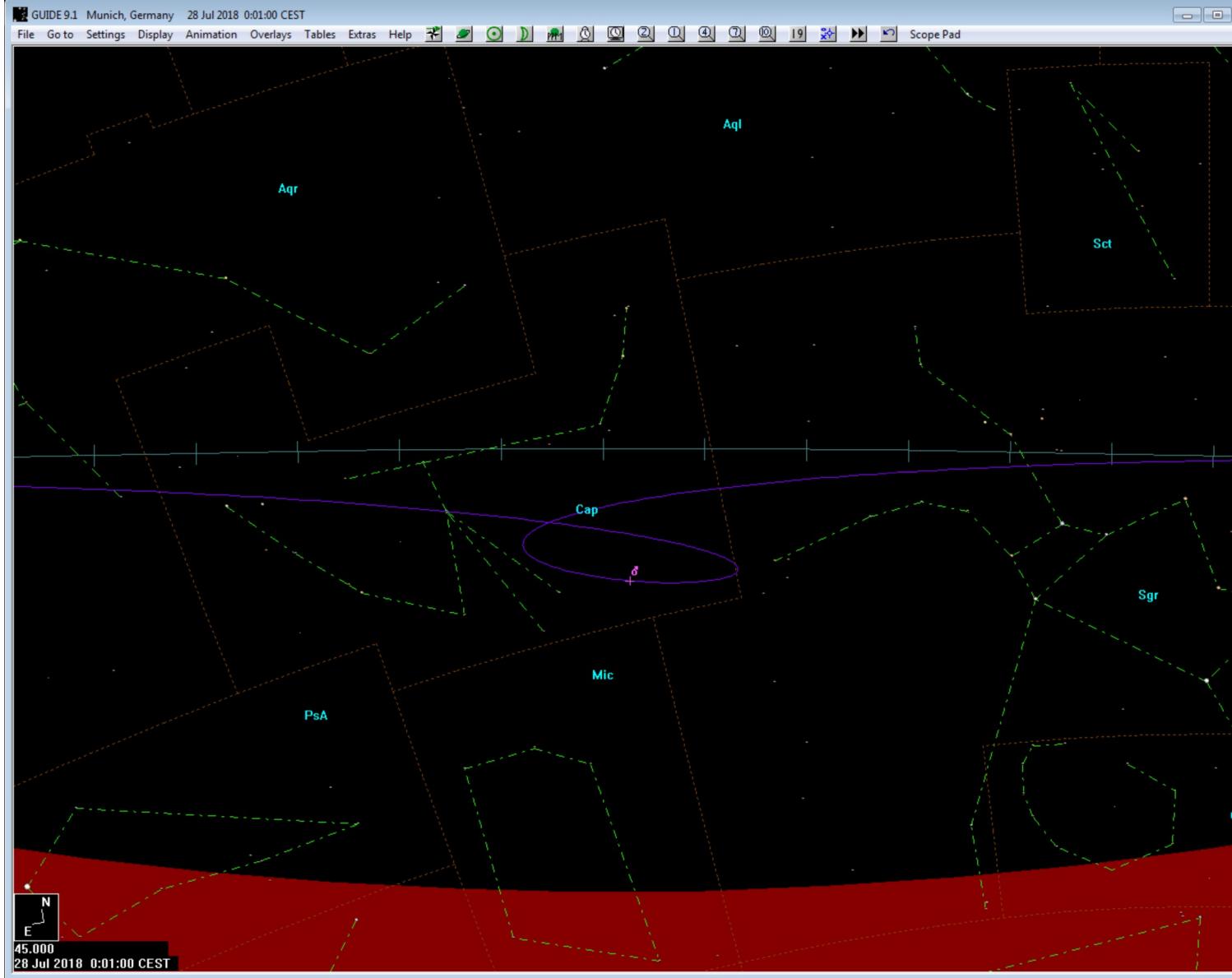
•

Saturn im August 2019

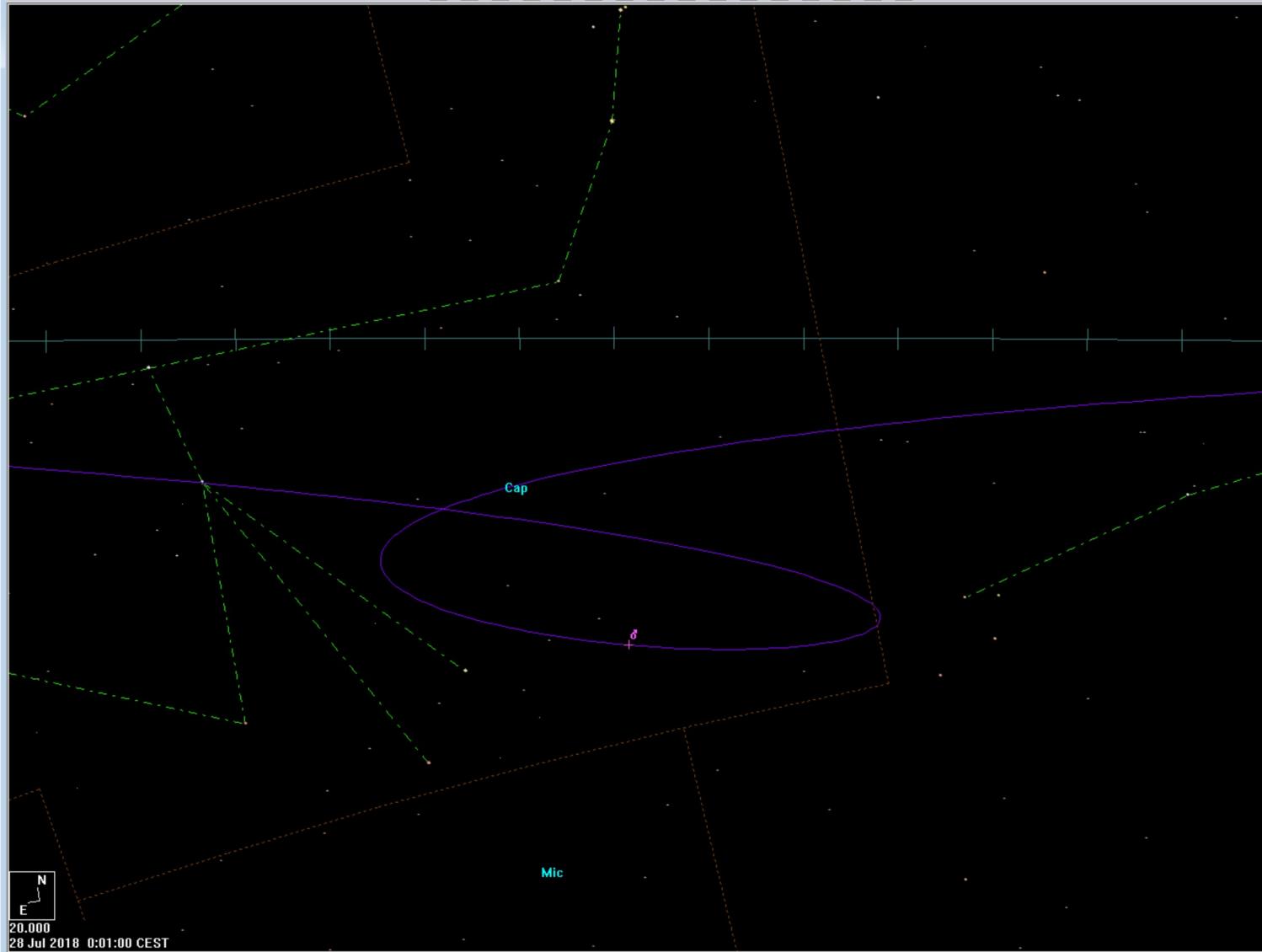
In 3 Wochen
fast 1° Verschiebung
am Himmel

Aufgenommen mit
einfachster Technik

Das ist leicht zu
sehen!



Bahnschleife des Mars
am Himmel in 2018



Bahnschleife im
Sternbild Steinbock

Vorhersagbarkeit, was braucht es?

- Wir wollen die Bewegung beschreiben und vorhersagen können
- Bewegung muss irgendwelchen Regeln folgen die für uns erfassbar sind
- Beschreibung mit ganz verschiedenen Konzepten möglich
- Ziel: Formel(n) für die Position am Himmel (= Richtung von meinem Standort aus). Gerne in Schritten.
- Ziel: Koordinaten berechnen können

Beobachtung ==> Messung

- Ziel: Positionsmessung am Himmel
- Methode: Fotografie des Objekts im Sternumfeld
- Vom Foto zu den Koordinaten...
- Ergebnis: Zeit, Standort, Koordinaten

Die Bilder aufnehmen

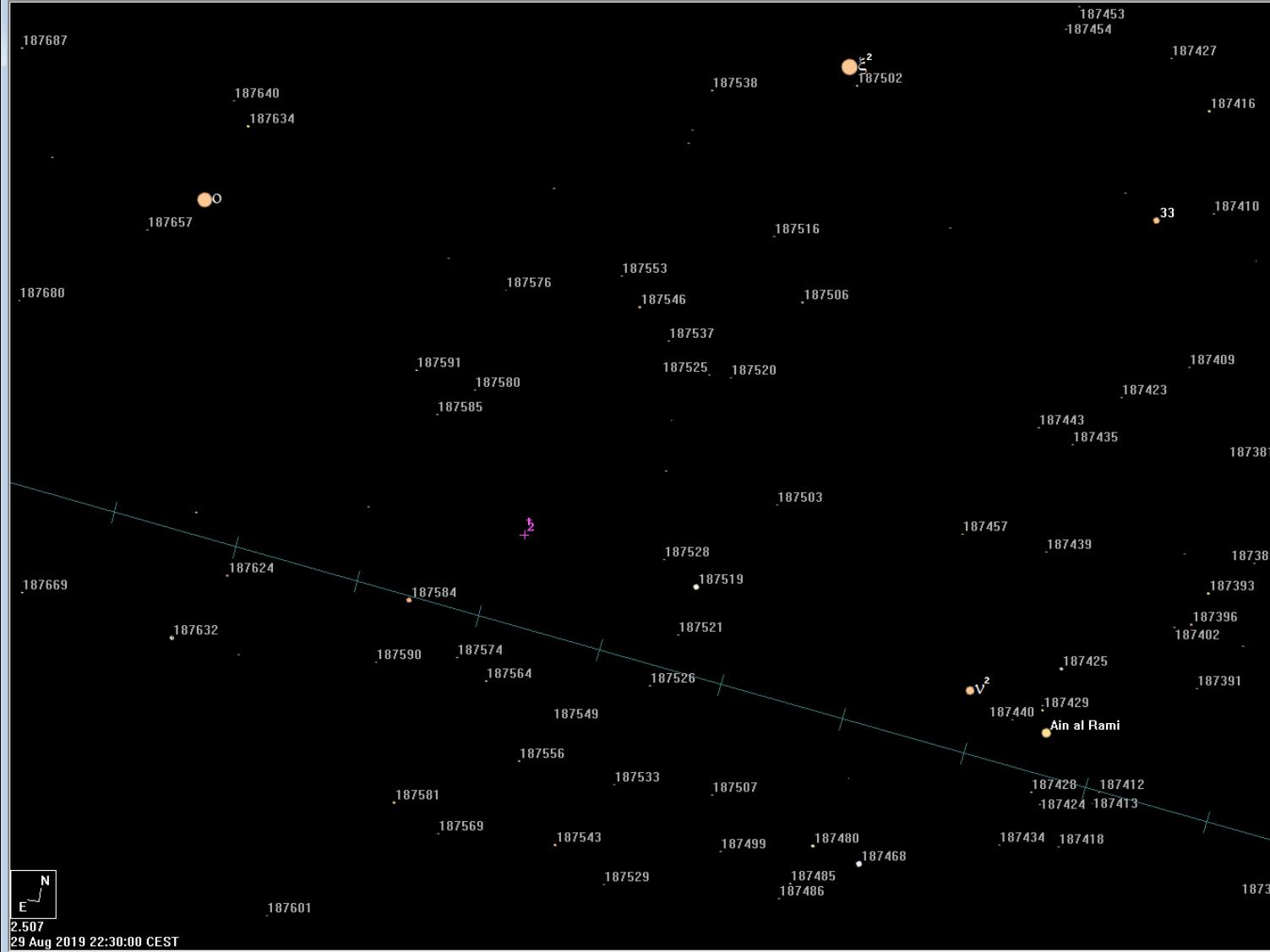
- Alte DSLR mit einfachem Stativ reicht völlig
- Manuelles Tele (kein Zoom), abblenden
- Kurze Serie mit jeweils 1s Belichtungszeit
- Dunkelbilder auch
- Serie in Software zusammenfassen

Die Bilder auswerten

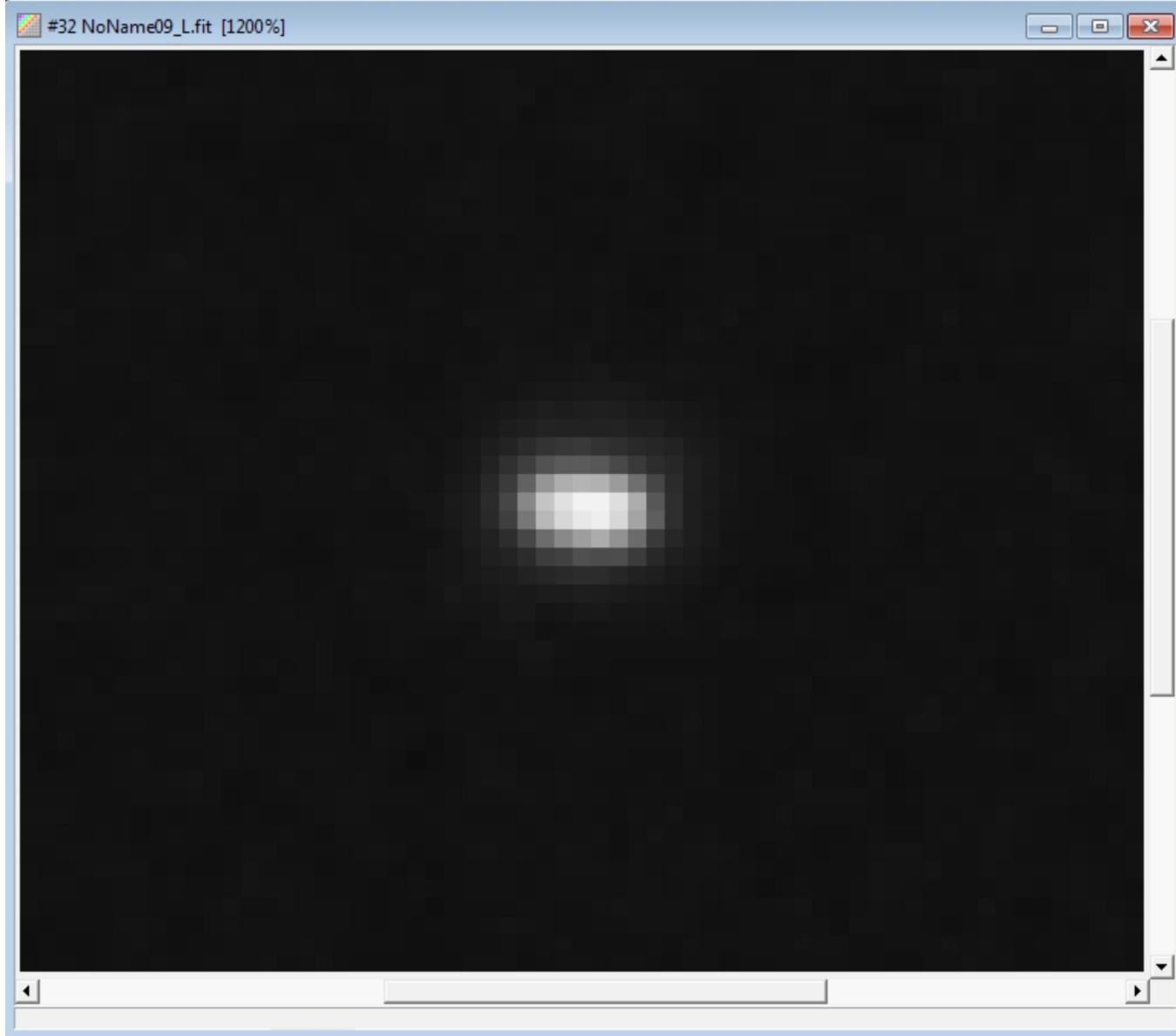
- Pixelkoordinaten der Sterne und des Objekts im Bild bestimmen
- Himmelskoordinaten der Sterne aus einem Katalog holen
- Per Dreisatz dann zu den Himmelskoordinaten des Objekts



Objekt und
Referenzsterne
im Umfeld



Sterne im Bild identifizieren



Mit dem Helligkeitsschwerpunkt
können wir die Position eines
„Sterns“ im Bild auf Bruchteile
eines Pixels genau bestimmen.

Beispiel: Winkel berechnen

- Stern 1 bei 123.3px hat Winkel -34.567°
- Stern 2 bei 1763.4px hat Winkel 23.735°
- Planet bei Pixel 974.8px

$$\text{Winkel} = -34.567^\circ + \frac{(974.8 \text{ px} - 123.3 \text{ px}) \times (23.735^\circ + 34.567^\circ)}{(1763.4 \text{ px} - 123.3 \text{ px})}$$

Exkurs: Ekliptikale Koordinaten

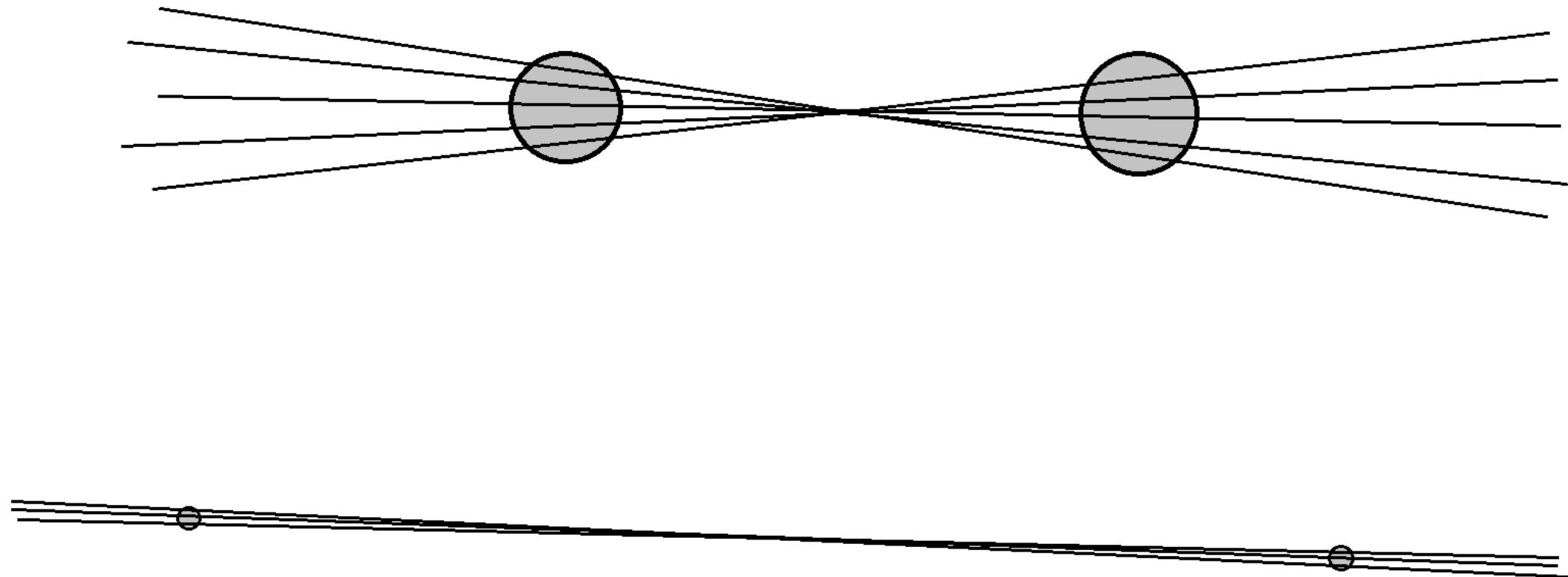
- Kugelkoordinaten mit Länge und Breite analog zur Erde
- Bezogen auf die Ebene der Erdbahn (also NICHT den Erdäquator)

Gesamtheit der Messungen

- Sollen möglichst gut dokumentiert sein
- Sollen möglichst genau sein
- Sollen einen möglichst langen Zeitraum überspannen
- Viele Messungen sind besser als nur wenige
- Reproduzierbarkeit

Von den Messungen zum Modell

Grinsekatze



Modellieren, Stufe 1

- Kein tieferes Verständnis der Ursachen nötig
- „Einfach“ eine mathematische Kurve durch die Messungen legen („fitten“)
- Die Formel der Kurve ist dann praktischer zu benutzen als der volle Datensatz
- Vielleicht schon gut genug für Vorhersagen?

Exkurs: Wie beurteile ich den Fit?

- „Mittleres Abstandsquadrat“
- Differenz zwischen Messwert und Kurve
- Differenzen quadrieren und alle aufsummieren
- Mitteln: Summe durch Anzahl teilen

Kurve durch Daten

- Formeln gerne einzeln pro Koordinate
- Komplexe Kurven mit vielen Parametern brauchen genug Messungen
- Nutzung der Kurve jenseits der Messwerte ist immer fraglich

Beispieldaten Marsschleife

`mars_2018_kurvenfit.dem`

Modellieren, Stufe 2

- Geometrisches Modell für „Bahnen“ auf denen die Planeten „ihre Kreise ziehen“
- Ansatz seit dem Altertum: Kreise um die Erde, Epizykel, viele interessante Ideen
- Für manches reicht das schon aus...

Epizykelmodell für den Mars

Epizykel Modellparameter

- Radius1, Startwinkel1, Umlaufdauer1
- Radius2, Startwinkel2, Umlaufdauer2
- Neigungswinkel, RichtungDerNeigung

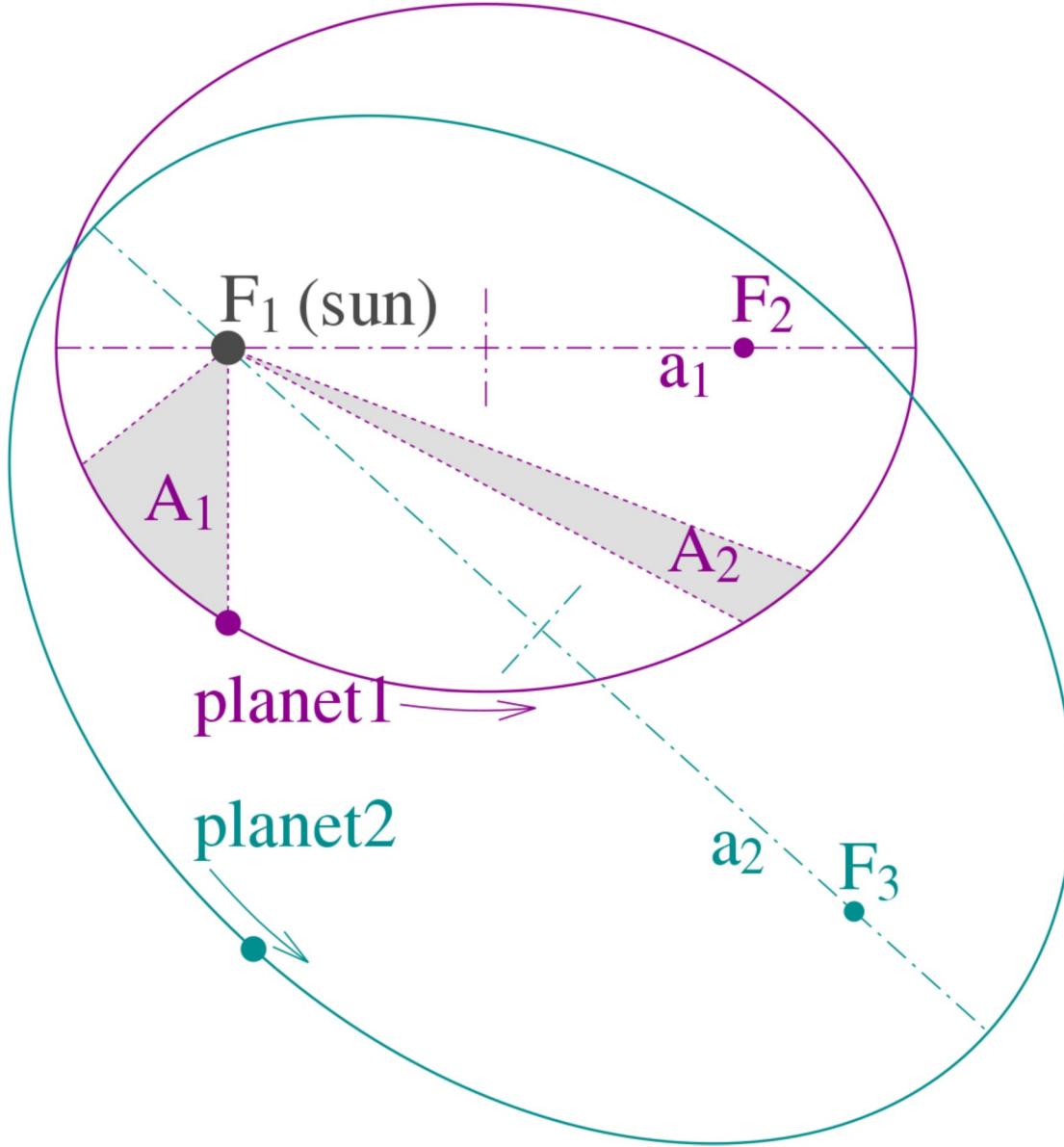
Epizykel, Modellparameter woher?

- Rechenknecht quälen reicht aus, dauert aber
- Mitdenken und Parameterräume einschränken macht dem Knecht die Aufgabe leichter, fordert aber den Herren geistig...

mars_2018_epi.dem

Kepler Ellipsen

- Quasi die Endstufe der geometrischen Modelle
- Die geometrisch gefundenen Gesetze beschreiben die Realität schon recht gut
- Immer noch feste „Bahnen“, aber richtig genug um gut nutzbar zu sein



Kepler Ellipsen von
zwei Planeten

Quelle: Wikipedia

Die Gesetze des Herrn K.

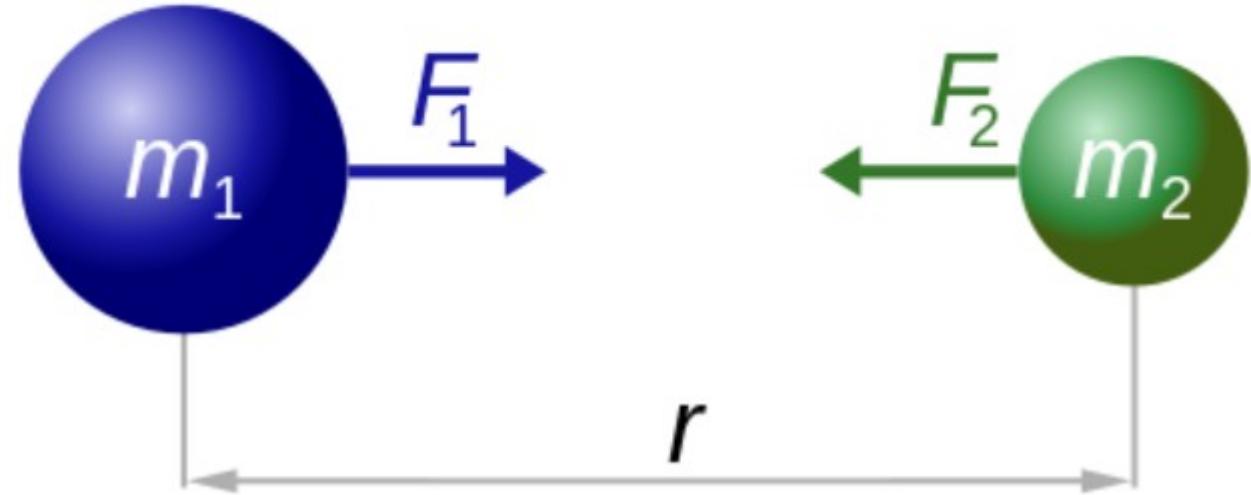
- Planeten bewegen sich auf ELLIPSEN um die SONNE
- Flächensatz: Wo auf der Bahn wie schnell
- $T^2 / a^3 = \text{Konstant}$
- 6 Bahnelemente beschreiben jeweils eine derartige Bahn um die Sonne

Kepler Ellipsen

- Parameter derartiger Ellipsen werden später auch als kompakte Lösungen aufwendiger Berechnungen genutzt
- Die sind dann für bestimmte Zeiträume gut genug, je nach Anforderungen und Objekt
- „Oskulierende Elemente“

Modell Ω , „Die Physik“

- Newton formulierte das Gravitationsgesetz, „was die Welt im Innersten zusammenhält“
- Und lieferte wichtige Teile der Mathematik um das dann auch berechnen zu können
- Keplers Gesetze ergeben sich als einfache Lösungen der passenden Bewegungsgleichungen



$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

Quelle:
Wikipedia

Das Gravitationsgesetz

- Kraft proportional zu den Massen
- Stärke fällt quadratisch mit dem Abstand ab
- Zentralkraft: Immer entlang der Verbindungsgeraden

Planetenbahn im Browser

Eigene Berechnung

- Wenige Zeilen Code reichen für eine einfache Simulation
- Anfangswerte: Orte und Geschwindigkeiten
- „Verfahren der kleinen Schritte“
 - Numerisches Verfahren, leicht zu programmieren
 - In kleinen Zeitschritten immer weiter
 - Jeweils: Kraft => Beschleunigung => Geschwindigkeit => Ort

Verfahren der kleinen Schritte

- 1) Kräfte zum aktuellen Zeitpunkt bestimmen (ggf. pro Körper über alle Einflüsse aufsummieren)
- 2) Jeweils Beschleunigung aus der Kraftsumme bestimmen
- 3) Jeweils Geschwindigkeitsänderung = Beschleunigung * dt
- 4) Jeweils Ortsänderung = Geschwindigkeit * dt
und wieder von vorn...

Wie Modelparameter bestimmen?

Einfach aber aufwändig:

- 1) Pro Parameter den ganzen Bereich möglicher Werte bestimmen
- 2) Pro Parameter eine Schrittweite zur Abtastung festlegen
- 3) Dann Alle Kombinationen möglicher Werte testen

Um die besten Parameter Kombinationen herum

- 4) Kleineren Wertebereich festlegen
- 5) Kleinere Schrittweite festlegen
- 6) Wieder alle Kombinationen testen

4,5,6 in mehreren Stufen wiederholen, immer näher, immer feiner

Wer soll sich quälen?

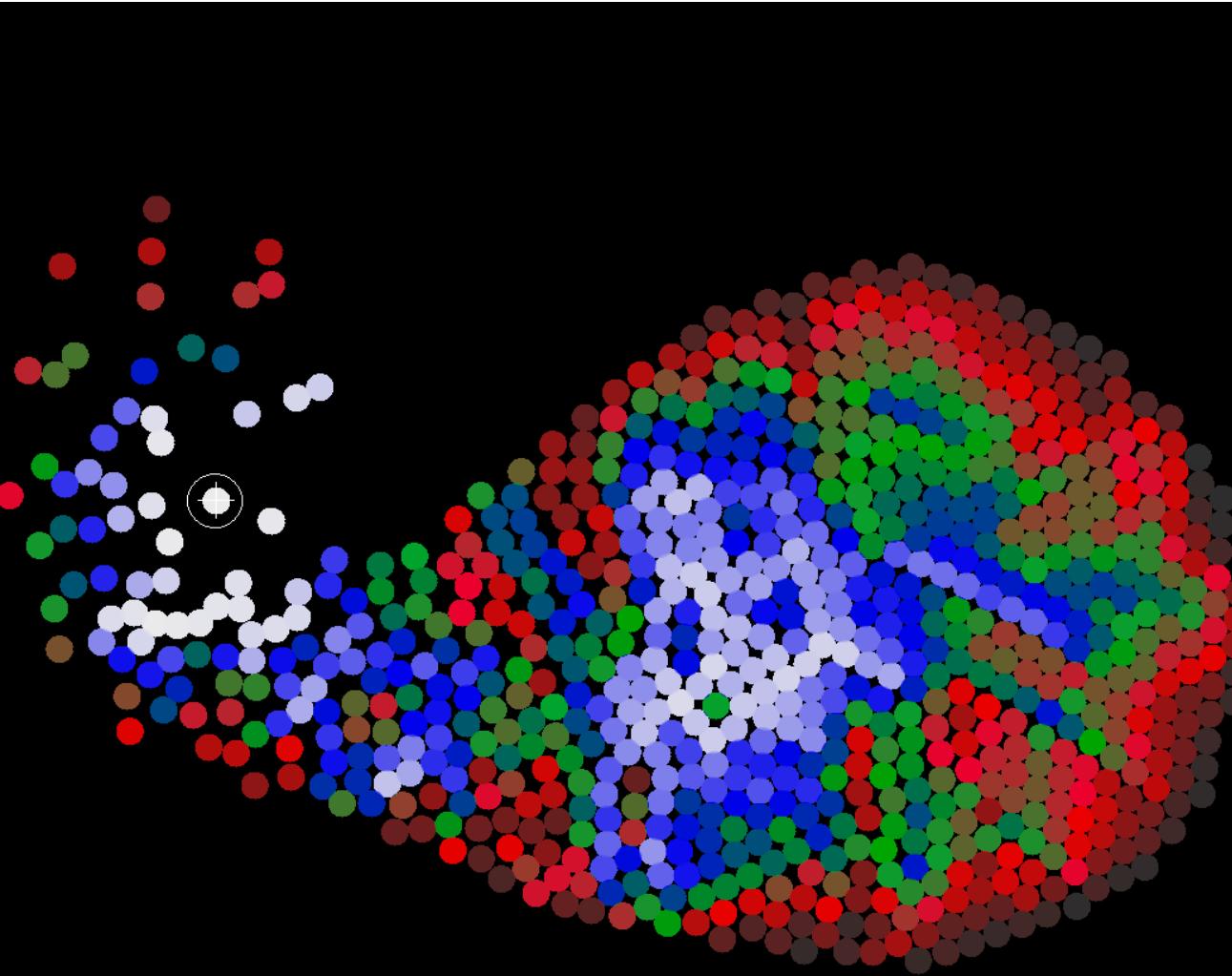
Verbesserungen:

- Jeweils genau überlegen, ob ich nicht schon Einschränkungen der möglichen Parameterräume finden kann
- Beispiel: Ich muss bei der Marsbahn keine Sonnenabstände $< 1\text{AE}$ testen
- Beispiel: Ich kann die Werte mancher Parameter aus meinen Beobachtungen abschätzen, z.B. Umlaufdauer
- Beispiel: Der Startwert für den Ort muss entlang des Sichtstrahles meiner ersten Beobachtung liegen!
- Beispiel: Die initiale Geschwindigkeit kann ich aus meinen ersten zwei Beobachtungen abschätzen!

Wie die Modelle überprüfen?

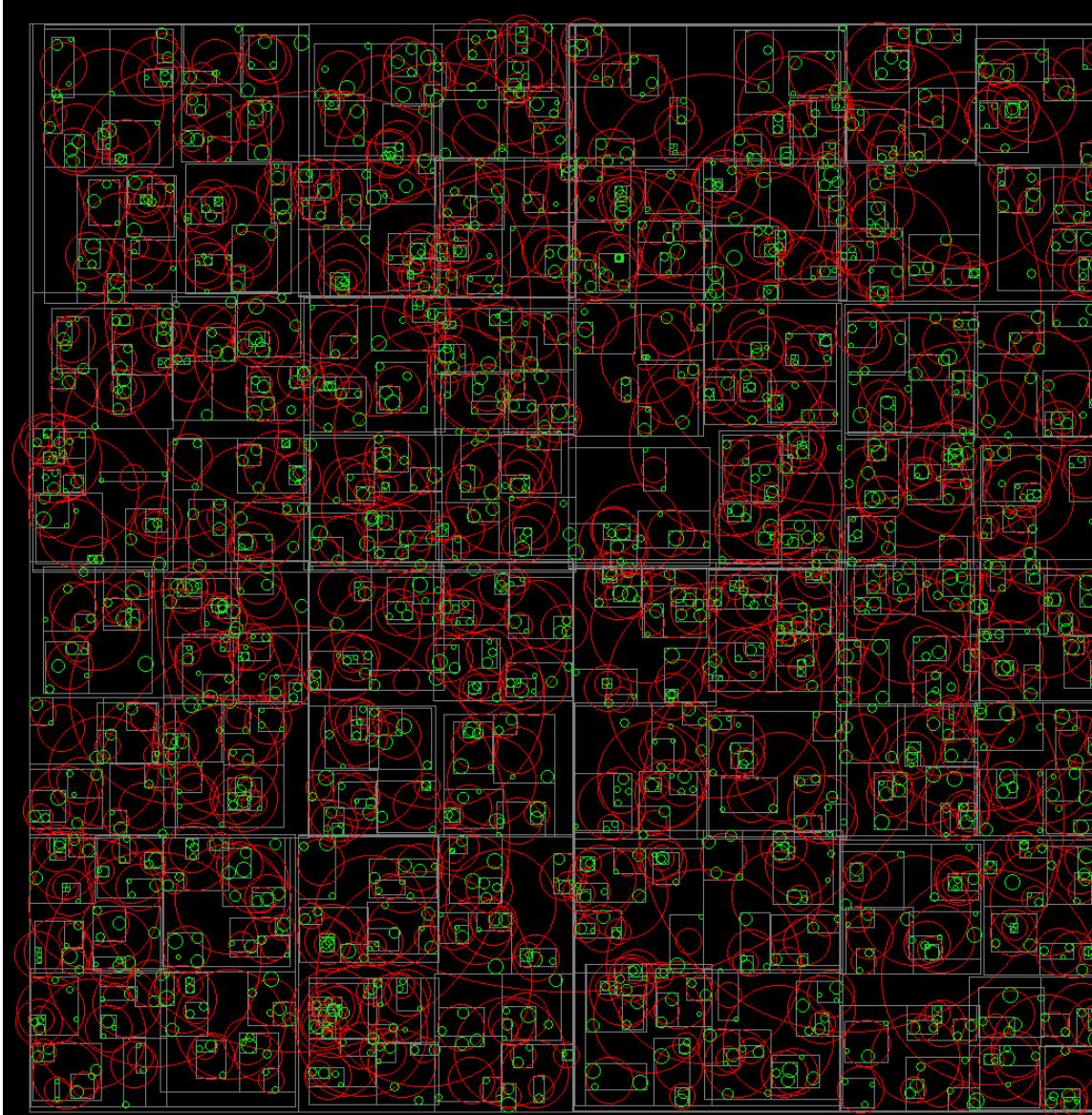
- Abgleich mit der Realität!
- Welche anderen Aspekte könnte ich messen?
 - Scheinbarer Durchmesser
 - Helligkeit
 - ...
- Was sagen/können die anderen die das schon gemacht haben? Was kann ich von denen lernen?

Beispiele und Lernungen



Den hats zerrisen!

Simulation zur Roche Grenze



Barnes-Hut:
Objekte und Hilfsstrukturen
für das N-Körper Problem

Ausblicke

- Berücksichtigung weiterer Effekte
 - Der Mond zieht an der Erde! Alles zieht aneinander!
 - Aberration des Lichts, Lichtlaufzeiten
- Verbesserungen
 - Erweiterung auf mehrere Körper
 - Barnes-Hut Bäume für große N-Körper Probleme (Sternhaufen, Galaxien)
 - variable Zeitschritte
 - bessere Mathe an diversen Stellen
- Spielwiesen
 - Entdeckung des Neptun
 - Ringsystem mit Monden, Wie entstehen Lücken im Ring?
 - Rochegrenze, das Zerreißen von Körpern nahe großer Massen
 - Galaxien Simulation